TASODIFIY FUNKSIYALAR APPROKTSIMATSIYASI HAQIDA

Yuldoshev Xudoyberdi Xolbek o'g'li
xudoyberdiyuldoshex@gmail.com
Jizzax davlat pedagogika instituti
2-kurs magistranti

Annotatsiya: ushbu maqolada tasodifiy funksiyalar approktsimatsiyasi haqida so'z boradi.

Kalit so'zlar: *tasodifiy vektorlar, tasodifiy funksiyalar,operator, tasodifiy funksiyalar approktsimatsiyasi.*

$(X_{k,}Y_k)$, k=1,2,3… bir xil taqsimlangan bog'liqsiz tasodifiy vektorlar ketma-ketligi bo'lib, (X_1, Y_1) Q□R^2 to'plamda o'zgaruvchi (t,s) matematik kutilma va $\begin{pmatrix} \delta_1(t) & 0 \\ 0 & \delta_2(s) \end{pmatrix}$ kovariatsion matritsaga ega bo'lsin.

$C_\Omega(R^2)$ orqali barcha haqiqiy, o'rta kvadratik ma'noda tekis uzluksiz, o'lchovli va chegaralangan kovariatsion funksiyaga ega bo'lgan ξ (t,s) , (t,s)∈ R^2 tasodifiy funksiyalar sinfini belgilaymiz. ξ (t,s) ∈ $C_\Omega(R)$ tasodifiy funksiyaning uzluksizlik modullari deb ataluvchi [1] quyidagi funksiyalarni kiritamiz:

$$\omega_\xi^{(1)}(\delta_1, \delta_2) = \sup_{\substack{|t-t'|\le\delta_1 \\ |s-s'|\le\delta_2}} \{M[\xi(t,s) - \xi(t',s')]^2\}^{\frac{1}{2}}, \quad \delta_1, \delta_2 \ge 0.$$

$$\omega_\xi^{(2)}(\delta) = \sup_{(t-t')^2+(s-s')^2\le\delta^2} \{M[\xi(t,s) - \xi(t',s')]^2\}^{\frac{1}{2}}, \quad \delta \ge 0$$

G□Q kompaktga ξ (t,s)∈ $C_\Omega(R^2)$ tasodifiy funksiyaning A.B.Drojjina tomonidan kiritilgan $P_n(\xi; t,s) = \int_{R^2} \xi(x,y) dF_{t,s}^{(n)}$ (1)

chiziqli musbat operatori bilan approktsimatsiyasini qaraymiz, bunda

$$F_{t,s}^{(n)}(x,y) = P\{\frac{S_n^{(1)}}{n} < x \,; \frac{S_n^{(2)}}{n} < y\}, \quad S_n^{(1)} = \sum_{k=1}^{n} X_K, \quad S_n^{(2)} = \sum_{k=1}^{n} Y_K$$

Faraz qilaylik ushbu

(A): $\sup_{(t,s)\in G} M|X_1 - t|^2 \le L_1$, $\sup_{(t,s)\in G} M|Y_1 - s|^2 \le L_2$, , 0< $L_1 < \infty$, shart o'rinli bo'lsin.

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz: $\delta_1 = \sup\limits_{(t,s)\in G} \delta_1(t)$, $\delta_2 = \sup\limits_{(t,s)\in G} \delta_2(s)$

$D_k = D_k(\delta_1, \delta_2) = \{(u,v); |u| \le \frac{k}{\delta_1}, |v| \le \frac{k}{\delta_2}\}$

$$æ_1(\delta_1,\delta_2) = \sum_{k=0}^{\infty} \int\limits_{R^2\setminus D_k} d\varphi(u,v) ,$$

$$\varphi(u,v) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{u} \int\limits_{-\infty}^{v} exp\{-\frac{x^2+y^2}{2}\} dxdy .$$

Teorema-1. Agar (A) shart o'rinli bo'lsa, u holda a) ixtiyoriy tasodifiy funksiya ξ (t,s)∈ $C_\Omega(R^2)$ uchun shunday $n_0(\xi) \in N$ mavjudki, barcha n> $n_0(\xi)$ uchun quyidagi tengsizlik o'rinli bo'ladi:

$$\sup_{(t,s)\in G} \{ M[\xi(t,s) - P_n(\xi,t,s)]^2\}^{\frac{1}{2}} \le æ_1 \cdot \omega_\xi^{(1)}(\frac{1}{\sqrt{n}};\frac{1}{\sqrt{n}}) \quad (2)$$

b) o'zgarmas son $æ_1$ ni quyidagi ma'noda $C_\Omega(R^2)$ sinfda yaxshilab bo'lmaydi: ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ uchun shunday $n_1(\varepsilon) \in N$ va tasodifiy funksiya ξ_n(t,s)∈ $C_\Omega(R^2)$ mavjudki, barcha n> $n_1(\varepsilon)$ uchun

$$\sup_{(t,s)\in G} \{ M[\xi_n(t,s) - P_n(\xi_n,t,s)]^2\}^{\frac{1}{2}} > (æ_1 - \varepsilon)\omega_{\xi_n}(\frac{1}{\sqrt{n}};\frac{1}{\sqrt{n}})$$ tengsizlik o'rinli bo'ladi.

$E_k = E(\delta_1,\delta_2) = \{k^2 \le \delta_1^2 u^2 + \delta_2^2 v^2 \le (k+1)^2\}$

$æ_2 = æ_2(\delta_1,\delta_2) = \sum_{k=0}^{\infty} \int_{R^2\setminus E_K} d\varphi(u,v)$ belgilash kiritamiz.

Teorema 2. Agar (A) shart o'rinli bo'lsa , u holda

a) ixtiyoriy tasodifiy funksiya ξ (t,s)∈ $C_\Omega(R^2)$ uchun shunday $n_0(\xi) \in N$ mavjudki, barcha n> $n_0(\xi)$ uchun quyidagi tengsizlik o'rinli bo'ladi.

$$\sup_{(t,s)\in G} \{ M[\xi(t,s) - P_n(\xi,t,s)]^2\}^{\frac{1}{2}} \le æ_2 \cdot \omega_\xi^{(2)}(\frac{1}{\sqrt{n}}) \quad (3)$$

b) o'zgarmas son $æ_2$ ni quyidagi ma'noda yaxshilab bo'lmaydi:

ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ uchun shunday $n_2(\varepsilon) \in N$ va tasodifiy funksiya ξ_n(t,s)∈ $C_\Omega(R^2)$ mavjudki, barcha n> $n_2(\varepsilon)$ uchun

$\sup\limits_{(t,s)\in G} \{ M[\xi_n(t,s) - P_n(\xi_n,t,s)]^2\}^{\frac{1}{2}} > (æ_2 - \varepsilon)\omega_{\xi_n}(\frac{1}{\sqrt{n}})$ tengsizlik o'rinli bo'ladi.

(1)- chiziqli musbat operatorning ba'zi xususiy xollarini quyidagi misollarda qarab chiqamiz.

1-misol. (X_1, Y_1) tasodifiy vektor komponentalari X_1, Y_1 bog'liqsiz bo'lib, mos ravishda t,s parametrli Bernuli taqsimotiga ega bo'lsin. U xolda (t,s) parametrlar to'plami $Q=[0,1]^2$, (1) – operator ikki o'zgaruvchili Bernshteyn polinomi bo'ladi.

$P_n(\xi,t,s) = B_n(\xi,t,s) = \sum_{k=o,}^{n}\sum_{e=0}^{n} C_n^k C_n^e t^k s^e \cdot (1-t)^{n-k} \cdot (1-s)^{n-e} \cdot \xi(\frac{k}{n};\frac{e}{n})$.

Agar G= Q deb olsak,

$\sup\limits_{(t,s)\in[0,1]^2} \{ M[\xi(t,s) - B_n(\xi,t,s)]^2\}^{\frac{1}{2}} \leq c_1\omega_{\xi}^{(1)}(\frac{1}{\sqrt{n}};\frac{1}{\sqrt{n}})$ bahodagi yaxshilab bo'lmaydigan o'zgarmas $c_1 = æ_1(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$

$\sup\limits_{(t,s)\in[0,1]^2} \{ M[\xi(t,s) - B_n(\xi,t,s)]^2\}^{\frac{1}{2}} \leq c_2\omega_{\xi}^{(2)}(\frac{1}{\sqrt{n}})$ bahodagi yaxshilab bo'lmaydigan o'zgarmas $c_2 = æ_2(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$

2-misol. (X_1, Y_1) tasodifiy vektor komponentalari korrelirlanmagan (korelyatsiyasi nolga teng bo'lgan) t va s parametrli Bernulli tasodifiy miqdorlari bo'lib, ularning birgalikda taqsimot qonuni

$P\{X_1=1,Y_1=1\}=0$, $P\{X_1=1,Y_1=0\}=t$,

$P\{X_1=0,Y_1=1\}=s$, $P\{X_1=0, Y_1=0\}=1-t-s$

tengsizliklar bilan berilgan bo'lsin. U holda (1) chiziqli musbat operator Lorents[2] tomonidan kiritilgan Bernshteyn tipidagi ikki o'zgaruvchi polinomdir. Bunda

$P_n(\xi,t,s) = B_n(\xi,t,s) = \sum_{k=o,}^{n}\sum_{e=0}^{n} C_n^k C_n^e t^k s^k \cdot (1-t-s)^{n-e-k} \cdot (1-s)^{n-e} \cdot \xi(\frac{k}{n};\frac{e}{n})$.

Bu holda parametrlar to'plami $Q=\{(t,s):\ 0\leq t \leq 1;\ 0 \leq s \leq 1;\ t+s \leq 1\}$

Agar G=Q bo'lsa, (2), (3) tengsizliklarda yaxshilab bo'lmaydigan o'zgarmaslar, mos ravishda,

$c_1 = æ_1\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right), c_2 = æ_2\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

3-misol. (X_1,Y_1) tasodifiy vektor komponentalari bog'liqsiz bo'lib, ular mos ravishda t,s parametrli Puasson taqsimotiga ega bo'lsin. U holda

$P_n(\xi, t, s) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{e=0}^{\infty} \frac{(nt)^k (ns)^e}{k! \cdot e!} exp\{-n(t+s)\} \cdot \xi\left(\frac{k}{n}; \frac{e}{n}\right)$ - Mirokyan operatoridir. Parametrlar to'plami $Q=[0,\infty)^2$.Agar $G=\{(t,s);\ 0\leq t \leq 1;\ 0 \leq s \leq 1\}$ bo'lsa, (2), (3) tengsizlikda yaxshilab bo'lmaydigan o'zgarmaslar mos ravishda $c_1=æ_1$ (1;1) , $c_2=æ_2$ (1;1).

Tasodifiy funksiyalar approksimatsiyasi masalalari Нагорный В.Н.,Ядренко М[3]; Худайберганов Р.[4]; Мирзахмедов М.А. Худайберганов Р.[5]; Кодирова И.И.[6]; Дрожжина А.В.[1],[7]; Азларов Т.А.[8]; Омаров С.О.[9]; Селизиев О.В. [10],[11] Камолов А.И.[12],[13]; Мирзахмедов М.А., Камолов А.И. [14] va boshqalar tomonidan o'rganilgan.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Дрожжина А.В. О линейной аппроксимации случайных полей. Теория вхроятностой и математическая статистика, 1975, вып.13, с.46-52.
2. Lorentz G.G. Bernstein polinomials. Toronto unv. Press. 1953
3. Нагорный В.Н, Ядренко М.И. Полиномиальная интерпояяция случайных процессов. Вестник КГУ, серия математики и механики, N13, 1971, с. 10-12.
4. Худайберганов Р. Об интерполяции случайных полей. Теория вереятностей и математическая статистика Рвып 10. 1971. с. 154-166.
5. Мирзахмедов М.А. Худайберганов Р. К вопросу приближения случайных процессов. Bulletin de Akademi polonaise dessei ser.math.,astr.,1973, v.21 N 12, p. 11477-1151.
6. Кадырова И.И. Об аппроксимации периодических непрерывных в сред немквадратическом процессов стохастическими тригонометрическими полиномями. Теория случайных процессов, 1975 вып. 3. с. 42-49.

7. Дрожжина Л.В. Совместное приближение случайных процессов и их производных линейными положительными операторами. Доклады АН УССР. А. 1984, N6, с.7-8.

8. Азларов Т.А. Одно замечание об интерполяции случайных полей. В сб: Предольные торемы для случайных процессов и статистические выводы. Ташкент ,,ФАН''. 1981, с.3-6.

9. Омаров С.О. Линейная аппроксимация случайных процессов. Доклады АН УССР, серия А, 1984, N8, с.22-24

10. Селезнев О.В. Приближение переодических гауссовских процессов тригонометрическими полинонами. Доклады АН СССР, 1980, 250 , I, с.35-38.

11. Селезнев О.В. О Приближеним непрерывных периодических гауссовских процессов случайними тригонометрическими полинонами. В сб: случайные просессы и поля. Изд-во МГУ, 1979, с. 84-94

12. Камолов А.И. Приближение негауссовских процессов тригонометрическими полинонами Джексона. Рукопись деп, в ВИНИТИ 28 февраля 1984г N1554-84 Деп-31с.

13. Камолов А.И. О точной оценки приближения случайных процессов полинонами Бернштейна. Доклады АНУ ССР. 1986, N11, с.3-5.

14. Мирзахмедов М.А, Камолов А.И. Оптимальные порядок и постоянные в приближении случайных процессов линейными положительними операторами Тезисы докладов международной конференции ,,Стохастическая оптимизация''. Ч.II. Киев, 1984 с. 26-27.