TASODIFIY FUNKSIYALARNI BERNSHTEYN TIPIDAGI CHIZIQLI MUSBAT OPERATORLAR BILAN YAQINLASHTIRISH HAQIDA

Nazirov Javohirbek Shodiyor o'g'li
JDPU 2-bosqich magistranti
nazirovjavophir@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu ish L_p , **p>1**, fazo metrikasida uzluksiz tasodifiy funksiyalar sinfini chiziqli musbat operatorlar bilan yaqinlashtirish xatoligining asimptotik ma'noda eng yaxshi baholarini topishga bag'ishlangan.

Kalit so'zlar: tasodifiy funksiya, chiziqli musbat operator, uzluksizlik moduli, yaxshilab bo'lmaydigan o'zgarma.

$(X_{k,}Y_k)$, k=1,2,3… bir xil taqsimlangan bog'liqsiz tasodifiy vektorlar ketma-ketligi bo'lib, (X_1, Y_1) Q$\subset R^2$ to'plamda o'zgaruvchi (t,s) matematik kutilma va $\begin{pmatrix} \sigma_1(t) & 0 \\ 0 & \sigma_2(s) \end{pmatrix}$ kovariatsion matritsaga ega bo'lsin.

$\overline{C_\Omega}(R^2)$ orqali barcha haqiqiy, L_p metikada tekis uzluksiz, o'lchovli va chegaralangan kovariatsion funksiyaga ega bo'lgan ʒ(t,s) , (t,s)$\in R^2$ tasodifiy funksiyalar sinfini belgilaymiz.

ʒ(t,s) $\in C_\Omega(R^2)$ tasodifiy funksiyaning uzluksizlik modullari deb ataluvchi [1] quyidagi funksiyalarni kiritamiz:

$$w_ʒ^{(1)}(\delta_1,\delta_2)=\sup_{\substack{|t-t'|\le\delta_1 \\ |s-s'|\le\delta_2}}\{\mathrm{M}[ʒ(\mathrm{t,s})-ʒ(t',s')]^p\}^{\frac{1}{p}},\quad \delta_1,\delta_2\ge 0.$$

$$w_ʒ^{(2)}(\delta)=\sup_{(t-t')^2+(s-s')^2\le\delta^2}\{\mathrm{M}[ʒ(\mathrm{t,s})-ʒ(t',s')]^p\}^{\frac{1}{p}}\quad,\quad \delta\ge 0$$

G$\subset$Q kompaktga ʒ(t,s) $\in C_\Omega(R^2)$ tasodifiy funksiyaning A.B.Drojjina tomonidan kiritilgan

$$\mathrm{P_n}(ʒ;\mathrm{t,s})=\int_{R^2} ʒ(x,y)\mathrm{d}F_{t,s}^{(n)}(x,y) \quad \textbf{(1)}$$

chiziqli musbat operatori bilan yaqinlashtirishlarσni qaraymiz, bunda

$$F_{t,s}^{(n)}(x,y)=P\{\frac{S_n^{(1)}}{n}< x\,;\frac{S_n^{(1)}}{n}<y\}\,,\ S_n^{(1)}=\sum_{k=1}^n X_K,\ \ S_n^{(2)}=\sum_{k=1}^n Y_K$$

Faraz qilaylik ushbu

(A): $\sup\limits_{(t,s)\in G}$ M|X$_1$-t|$^6 \leq L_1$, $\sup\limits_{(t,s)\in G}$ M|Y$_1$- s |$^6 \leq L_2$, $0 < L_i < \infty$, $i = 1{,}2.$

shart o'rinli bo'lsin.

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz: $\sigma_1 = \sup\limits_{(t,s)\in G} \sigma_1(t)$, $\sigma_2 = \sup\limits_{(t,s)\in G} \sigma_2(s)$

D$_k$=D$_k(\sigma_1,\sigma_2) = \{(u,v); |u| \leq \frac{k}{\sigma_1}, |v| \leq \frac{k}{\sigma_2}\}$, $x_1(\sigma_1,\sigma_2) = \sum_{k=0}^{\infty} \int_{R^2 \setminus D_k} d\varphi(u,v)$,

$$\varphi(u,v) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{u} \int\limits_{-\infty}^{v} exp\{-\frac{x^2+y^2}{2}\} dxdy .$$

Teorema-1. Agar (A) shart o'rinli bo'lsa, u holda:

a) ixtiyoriy tasodifiy funksiya ʒ(t,s)∈ C_Ω(R^2) uchun shunday n$_0$(ʒ)∈ N mavjudki, barcha n> n_0(ʒ) uchun quyidagi tengsizlik o'rinli bo'ladi:

$$\sup\limits_{(t,s)\in G} \{ \mathrm{M}[ʒ(\mathrm{t,s}) - P_n(ʒ,\mathrm{t,s})]^p\}^{\frac{1}{p}} \leq x_1 \cdot w_ʒ^{(1)}(\frac{1}{\sqrt{n}};\frac{1}{\sqrt{n}}) \quad \textbf{(2)}$$

b) o'zgarmas son x$_1$ ni quyidagi ma'noda C_Ω(R^2) sinfda yaxshilab bo'lmaydi: ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ uchun shunday n$_1(\varepsilon)$ ∈ N va tasodifiy funksiya ʒ(t,s)∈ C_Ω(R^2) mavjudki, barcha n> $n_1(\varepsilon)$ uchun

$\sup\limits_{(t,s)\in G} \{ \mathrm{M}[ʒ(\mathrm{t,s}) - P_n(ʒ,\mathrm{t,s})]^p\}^{\frac{1}{p}} > (x_1 - \varepsilon) w_{ʒw}(\frac{1}{\sqrt{n}};\frac{1}{\sqrt{n}})$ tengsizlik o'rinli bo'ladi.

Endi E$_k$= E$_k$ $(\delta_1,\delta_2) = \{k^2 \leq \sigma_1^2 u^2 + \sigma_2^2 v^2 \leq (k+1)^2\}$ va

x_2=x_2 (δ_1,δ_2)=$\sum_{k=0}^{\infty} \int_{R^2 \setminus E_K} d\varphi(u,v)$ belgilashlar kiritamiz.

Teorema 2. Agar (A) shart o'rinli bo'lsa , u holda:

a) ixtiyoriy tasodifiy funksiya ʒ(t,s)∈ C_Ω(R^2) uchun shunday n$_0$(ʒ)∈ N mavjudki, barcha n> n_0(ʒ) uchun quyidagi tengsizlik o'rinli bo'ladi:

$$\sup_{(t,s)\in G}\{\mathrm{M}[\mathfrak{z}(\mathrm{t,s})-P_n(\mathfrak{z},\mathrm{t,s})]^p\}^{\frac{1}{p}} \le x_2\cdot w_{\mathfrak{z}}^{(2)}(\tfrac{1}{\sqrt{n}}) \quad \textbf{(3)}$$

b) o'zgarmas son x_2 ni quyidagi ma'noda yaxshilab bo'lmaydi. ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ uchun shunday $n_2(\varepsilon) \in N$ va tasodifiy funksiya $\mathfrak{z}$(t,s)$\in C_\Omega(R^2)$ mavjudki, barcha n$>n_2(\varepsilon)$ uchun

$$\sup_{(t,s)\in G}\{\mathrm{M}[\mathfrak{z}(\mathrm{t,s})-P_n(\mathfrak{z},\mathrm{t,s})]^p\}^{\frac{1}{p}} > (x_2-\varepsilon)w_{\mathfrak{z}_n}(\tfrac{1}{\sqrt{n}})$$

tengsizlik o'rinli bo'ladi.

(1) chiziqli musbat operatorning ba'zi xususiy xollarini quyidagi misollarda qarab chiqamiz.

1-misol. (X_1, Y_1) tasodifiy vektor komponentalari X_1, Y_1 bog'liqsiz bo'lib, mos ravishda t,s parametrli Bernuli taqsimotiga ega bo'lsin. U xolda (t,s) parametrlar to'plami Q=$[0,1]^2$, (1) – operator ikki o'zgaruvchili Bernshteyn polinomi bo'ladi.

$$\mathrm{P_n}(\mathfrak{z},\mathrm{t,s}) = B_n(\mathfrak{z},\mathrm{t,s}) = \sum_{k=o,\ e=o}^{n} C_n^k C_n^e t^k s^e\cdot(1-t)^{n-k}\cdot(1-s)^{n-e}\cdot\mathfrak{z}(\tfrac{k}{n};\tfrac{e}{n}).$$

Agar G$=Q$ deb olsak,

$$\sup_{(t,s)\in[0,1]^2}\{\mathrm{M}[\mathfrak{z}(\mathrm{t,s})-B_n(\mathfrak{z},\mathrm{t,s})]^p\}^{\frac{1}{p}} \le c_1 w_{\mathfrak{z}}^{(1)}(\tfrac{1}{\sqrt{n}};\tfrac{1}{\sqrt{n}})$$ bahodagi yaxshilab bo'lmaydigan o'zgarmas $c_1 = x_1(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$

$$\sup_{(t,s)\in[0,1]^2}\{\mathrm{M}[\mathfrak{z}(\mathrm{t,s})-B_n(\mathfrak{z},\mathrm{t,s})]^p\}^{\frac{1}{p}} \le c_2 w_{\mathfrak{z}}^{(2)}(\tfrac{1}{\sqrt{n}})$$ bahodagi yaxshilab bo'lmaydigan o'zgarmas $c_2 = x_2(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$

2-misol. (X_1, Y_1) tasodifiy vektor komponentalari korrelirlanmagan (korelyatsiyasi nolga teng bo'lgan) t va s parametrli Bernulli tasodifiy miqdorlari bo'lib, ularning birgalikda taqsimot qonuni

$P\{X_1=1,Y_1=1\}=0$, $P\{X_1=1,Y_1=0\}=t$,

$P\{X_1=0,Y_1=1\}=s$, $P\{X_1=0, Y_1=0\}=1-t-s$

Tengliklar bilan berilgan bo'lsin. U holda (1) chiziqli musbat operator Lorens[2] tomonidan kiritilgan Bernshteyn tipidagi ikki o'zgaruvchi polinomdir. Bunda

$$\mathrm{P_n}(\mathfrak{z},\mathrm{t,s}) = B_n(\mathfrak{z},\mathrm{t,s}) = \mathrm{P_n}(\mathfrak{z},\mathrm{t,s}) = \sum_{k+e\le n} C_n^e C_{n-e}^k t^s s^k (1-t-s)^{n-e-k}\,\mathfrak{z}(\tfrac{k}{n};\tfrac{e}{n}).$$

Bu holda parametrlar to'plami Q={(t,s): $0\le t\le 1;\ 0\le s\le 1;\ t+s\le 1$}.

Agar G= Q bo'lsa, **(2), (3)** tengsizliklarda yaxshilab bo'lmaydigan o'zgarmaslar, mos ravishda,

$$c_1 = x_1\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right), c_2 = x_2\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$$

3-misol. (X_1,Y_1) tasodifiy vektor komponentalari bog'liqsiz bo'lib, ular mos ravishda t,s parametrli Puasson taqsimotiga ega bo'lsin. U holda

$P_n(\mathfrak{Z}, t, s = \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{e=0}^{\infty}\frac{(nt)^k(ns)^e}{k!\cdot e!}exp - n(t+s)\cdot \mathfrak{Z}\left(\frac{k}{n};\frac{e}{n}\right)$ - Mirokyan operatoridir. Parametrlar to'plami Q=$[0,\infty)^2$.Agar G={(t,s); 0$\le t \le 1;\ 0 \le s \le 1\}$ bo'lsa, **(2)**, **(3)** tengsizlikda yaxshilab bo'lmaydigan o'zgarmaslar mos ravishda $c_1=x_1(1;1)$, $c_2=x_2$ (1;1).

Tasodifiy funksiyalar approksimatsiyasi masalalari Нагорный В.Н., Ядренко М.[3]; Худайберганов Р.[4], Мирзахмедов М.А.; Худайберганов Р.[5]; Кодирова И.И.[6]; Дрожжина А. В. [1],[7]; Азларов Т. А.[8]; Омаров С. О.[9]; Селизиев О.В. [10], [11] ; Камолов А. И.[12], [13]; Мирзахмедов М. А. Камолов А. И. [14] va boshqalar tomonidan o'rganilgan.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Дрожжина А.В. О линейной аппроксимации случайных полей. Теория вероятностой и математическая статистика, 1975, вып.13, с.46-52.
2. Lorentz G.G. Bernstein polinomials. Toronto unv. Press. 1953
3. Нагорный В.Н, Ядренко М.И. Полиномиальная интерполяция случайных процессов. Вестник КГУ, серия математики и механики, N13, 1971, с. 10-12.
4. Худайберганов Р. Об интерполяции случайных полей. Теория вереятностей и математическая статистика Вып. 10, 1971, с. 154-166.
5. Мирзахмедов М.А. Худайберганов Р. К вопросу приближения случайных процессов. Bulletin de Akademi polonaise dessei ser.math.,astr.,1973, v.21, N 12 , p. 11477-1151.
6. Кадырова И.И. Об аппроксимации периодических непрерывных в среднеквадратическом смысле случайных процессов стохастическими

тригонометрическими полиномами. Теория случайных процессов, 1975, вып. 3. с. 42-49.

7. Дрожжина Л.В. Совместное приближение случайных процессов и их производных линейными положительными операторами. Доклады АН УССР. А. 1984, N6, с.7-8.
8. Азларов Т.А. Одно замечание об интерполяции случайных полей. В сб: Предельные торемы для случайных процессов и статистические выводы. Ташкент „ФАН''. 1981, с.3-6.
9. Омаров С.О. Линейная аппроксимация случайных процессов. Доклады АН УССР, серия А, 1984, N8, с.22-24
10. Селезнев О.В. Приближение переодических Гауссовских процессов тригонометрическими полинонами. Доклады АН УССР, 1980, 250 , I, с.35-38.
11. Селезнев О.В. О Приближение непрерывных периодических гауссовских процессов случайними тригонометрическими полинонами. В сб: Случайные просессы и поля.
12. Камолов А.И. Приближение негауссовских процессов тригонометрическими полинонами Джексона. Рукопись деп, в ВИНИТИ 28 февраля 1984г., N1554-84, Деп. 31с.
13. Камолов А.И. О точной оценки приближения случайных процессов полинонами Бернщтена. Доклады АН УССР. 1986, N11, с.3-5.
14. Мирзахмедов М.А., Камолов А.И. Оптимальные порядок и постоянные в приближении случайных процессов линейными положительними операторами. Тезисы докладов международной конференции „Стохастическая оптимизация''. Ч.II. Киев, 1984, с. 26-27.